ACADEMIA DE MATEMÁTICAS, ESIA-ZAC.

Guía de estudio para el ETS de la unidad de aprendizaje Matemáticas II de la ESIA-ZAC.

A continuación, se presenta la **guía** de estudio en forma sintética de acuerdo con el programa vigente.

UNIDAD I. Funciones de variable compleja.
CLAVE BIBLIOGRÁFICA: 1C, 6B, 9C

1.1 Funciones analíticas
1.2 Teorema de Cauchy
1.3 Cálculo de residuos
1.4 Mapeos

UNIDAD II. Ecuaciones diferenciales ordinarias.
CLAVE BIBLIOGRÁFICA: 2B, 3C, 4C, 5B

2.1 Ecuaciones diferenciales de primer orden
2.2 Ecuaciones diferenciales lineales
2.3 Ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes
2.4 Aplicaciones

UNIDAD III Sistemas de ecuaciones diferenciales.
CLAVE BIBLIOGRÁFICA: 2B, 3C, 5B

3.1 Sistemas de primer orden con coeficientes constantes
3.2 Sistemas no homogéneos

UNIDAD IV Transformada de Laplace.
CLAVE BIBLIOGRÁFICA: 2B, 6B, 3C

4.1 Transformada de funciones elementales
4.2 Transformada de la derivada
4.3 Derivada de la transformada
4.4 Transformada inversa de Laplace

UNIDAD V Sucesiones y series
CLAVE BIBLIOGRÁFICA: 5B, 8C

5.1 Sucesiones infinitas
5.2 Series infinitas

UNIDAD VI Análisis de Fourier
CLAVE BIBLIOGRÁFICA: 7B, 8C

6.1 Desarrollo formal de la serie de Fourier
6.2 Serie de Fourier en términos de senos
6.3 Serie de Fourier en términos de cosenos
6.4 Obtención de los coeficientes de Euler para las series de Fourier
6.5 Mejoramiento de la convergencia de las series de Fourier

En la siguiente tabla se presenta la bibliografía con las claves indicadas en cada unidad temática, en caso de que se desee consultar sobre los temas.

CLAVE	B	C	BIBLIOGRAFÍA
1		X	Marsden, Jerrold E.; Joffman, Michael J. Análisis básico de variable compleja, editorial Trillas. 1^{a} México 1996.
2	X		Rainville, Bedient y Bedient Ecuaciones diferenciales editorial. Prentice may 8^{a} edición México1997
3		X	C. Zill Ecuaciones diferenciales con aplicaciones, editorial. Ibero Americana México 2000.
4		X	B. Herman Betz Ecuaciones diferenciales con aplicaciones, editorial. Mh México.
5	X		Serie Schaums Ecuaciones diferenciales editorial. Mcgraw Hill México 1998.
6	X		Kreyszig Matemáticas avanzadas para ingeniería T1 ed.
7	X		Kreyszig Matemáticas avanzadas para ingeniería T2 ed.
8		X	C. R. Wylle Matemáticas superiores para ingeniería editorial. Mcgraw Hill México 1996.
9		X	Seeley, Robert T. Cálculo de una y varias variables editorial. Trillas 2^{a} edición México 1990.

Aunque todos los subtemas son importantes, con el fin de que el estudiante pueda centrar la atención en los de mayor relevancia, que son en los que se basará el ETS (no necesariamente todos), como **complemento** de la guía, a continuación, se proponen algunos ejercicios sobre dichos subtemas.
Se sugiere que, si se estudian los demás subtemas, que sea solo a nivel de conocimiento de estos, pues si no se lograran comprender, esto no influye para poder resolver problemas de los subtemas que se consideraran para el ETS.

PROBLEMARIO. Este problemario es un complemento de la guía, para tener referencia del tipo de problemas que se tratan en cada subtema, no significa que de éste se vayan a tomar los problemas para el ETS. En cada subtema se presenta la bibliografía donde se puede consultar para resolver más ejercicios, si se desea.

Subtema:	I. VARIABLES SEPARABLES Resolver las ecuaciones diferenciales.
Problema 1	$xdy - ydx = 0$.
	Res.: $y = Cx$
Problema 2	$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$
	Res.: $x^2 + y^2 = C$
Problema 3	$(e^{2y} - y)\cos y \frac{dy}{dx} = e^y \operatorname{sen} 2x \,;\, y(0) = 0$
	Res.: $e^y + ye^{-y} = 4 - 2\cos x$ Ejemplo 4, sección 2.2 V.S. Zill, 6ta edición
Problema 4	$(1 + x)dy - ydx = 0$
	Res.: $y = C\|1 + x\|$ Ejemplo 2, sección 2.2 V.S. Zill, 3era edición
Problema 5	$xe^{-y} \operatorname{sen} x \, dx - ydy = 0$
	Res.: $-x\cos x + \operatorname{sen} x = y(e^y - 1) + C$ Ejemplo 14, sección 2.2V.S. Zill, 3era edición
Problema 6	$xy^4dx + (y^2 + 2)e^{-3x}dy = 0$
	Res.: $(3x - 1)e^{3x} = \frac{9}{y} + \frac{6}{y^3} + C$ Ejemplo 5, sección 2.2V.S. Zill, 3era edición
Problema 7	$\frac{dy}{dx} = y^2 - 4$
	Res. : $y = 2\frac{1+Ce^{4x}}{1-Ce^{4x}}$ Ejemplo 6, sección 2.2 V.S. Zill, 3era edición

Problema 8	$\frac{dy}{dx} = \operatorname{sen} 5x$
	Res.: $y = -\frac{1}{5}\cos 5x + C$ Ejercicio 1, sección 2.2V.S. Zill, 3era edición
Bibliografía sobre el tema:	Ecuaciones diferenciales, Zill, 3era y 6ta edición

Subtema:	II. ECUACIONES DIFERENCIALES HOMOGÉNEAS DE PRIMER ORDEN.
Problema 1	Resolver la ecuación diferencial $3x^2 \frac{dy}{dx} = 2x^2 + y^2$
	Res.: $(y - 2x)^3 = Cx(y - x)^3$
Problema 2	Resolver la ecuación diferencial $(4x + y)\frac{dy}{dx} = y - 2x$
	Res.: $(x + y)^3 = C(2x + y)^2$
Problema 3	Resolver la ecuación diferencial $(x - 2y)dx + (2x + y)dy = 0$
	Res.: $\ln(x^2 + y^2) + 4\arctan\left(\frac{y}{x}\right) = C$
Problema 4	Resolver la ecuación diferencial $xydx - (x^2 + 2y^2)dy = 0.$
	Res.: $x^2 = 4y^2 \ln\left(\frac{y}{C}\right)$
Problema 5	Resolver la ecuación diferencial $x\cos\frac{y}{x}\frac{dy}{dx} = y\cos\frac{y}{x} - x$
	Res.: $x = Ce^{-\operatorname{sen}\frac{y}{x}}$
Problema 6	Obtener la solución de la ecuación diferencial $(x^3 + y^3)dx - xy^2dy = 0;\ y(1) = 0$
	Res.: $y^3 = 3x^3 \ln x$
Problema 7	Obtener la solución de la ecuación diferencial $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2};\ y(1) = 1.$

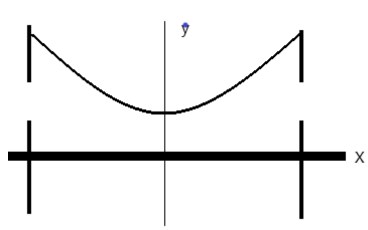
	Res.: $x = y - y \ln x$
Problema 8	Obtener la solución de la ecuación diferencial $\left(y + x\cos^2\frac{y}{x}\right)dx - xdy = 0;\ y(1) = \frac{\pi}{4}.$
	Res.: $\tan\frac{y}{x} = \ln x + 1$
Bibliografía sobre el tema:	1. Ecuaciones diferenciales. Takeuchi-Ramírez-Ruíz. Editorial Limusa. México 1975. 2. Ecuaciones diferenciales aplicadas. Murray R. Spiegel. Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A. 3. Ecuaciones diferenciales. Dennis G. Zill. CENGAGE. Novena edición.

Subtema:	III. Ecuaciones Diferenciales Exactas
Problema 1	Determinar la solución general de la ecuación diferencial $$dx = \frac{y}{1 - x^2y^2}dx + \frac{x}{1 - x^2y^2}dy$$
	Res.: $log\left(\frac{1+xy}{1-xy}\right) - 2x = c$
Problema 2	Determinar la solución general de la ecuación diferencial $$(2xy^4 + seny)\,dx + (4x^2y^3 + x\cos y)\,dy = 0$$
	Res.: $x^2y^4 + xseny = c$
Problema 3	Determinar la solución general de la ecuación diferencial $$\left(1 + y^2sen(2x)\right)dx - 2y\,cos^2\,x\,dy = 0$$
	Res.: $x - y^2\,cos^2\,x = c$
Problema 4	Determinar la solución general de la ecuación diferencial $$\frac{y\,dx + x\,dy}{1 - x^2y^2} + x\,dx = 0$$
	Res.: $log\left(\frac{1+xy}{1-xy}\right) + x^2 = c$

Problema 5	Resuelva el problema de valores iniciales $$2xy^3 + (3x^2y^2 + y)\,dy/\,dx = 0, y(2) = 1$$
	Res.: $x^2y^3 + y^2/2 = 9/2$
Problema 6	Resuelva el problema de valores iniciales $$2xye^{(x^2y)} + y + \left(x^2e^{(x^2y)} + x\right)dy/\,dx = 0, y(0) = 1$$
	Res.: $e^{(x^2y)} + xy - 1 = 0$
Problema 7	Resuelva el problema de valores iniciales $$y\cos(xy) + (x\cos(xy) + 1)\,dy/\,dx = 0, y(\pi/6) = 1$$
	Res.: $sen(xy) + y = 3/2$
Problema 8	Resuelva el problema de valores iniciales $$\sec^2 x + 2xy + x^2\,dy/\,dx = 0,\ y(\pi/4) = 0$$
	Res.: $\tan x + x^2y - 1 = 0$

Bibliografía sobre el tema:	Ulín Jiménez, C., Prado Pérez, C., Espinosa Herrera, E., Canals Navarrete, I., Muñoz maya, I., Pérez Flores, R. y Acosta Ruben, S. (2010). *Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Introducción*. Mexico: Reverté Ediciones.

Subtema:	IV. Solución de ecuaciones diferenciales por factor integrante.
Problema 1	Resolver: $$\frac{dy}{dt} + \left(\frac{3}{t}\right)y = t^2, y(1) = 2$$
	Res.: $y(t) = \frac{t^3}{6} + \frac{11}{6t^3}$
Problema 2	Resolver: $$\frac{dy}{dt} + e^{\lambda t}y = ke^{\lambda t}, y(0) = y_0$$

	Res.: $y(t) = k + (y_0 - k)\exp\left(-\frac{e^{\lambda t}-1}{\lambda}\right)$
Problema 3	Resolver: $$\frac{dy}{dx} - \left(\frac{1}{\sqrt{1-x}}\right)y = 0, y(0) = 5$$
	Res.: $y(x) = 5\exp\left(2\left(1 - \sqrt{1-x}\right)\right)$
Problema 4	Resolver: $$\frac{dy}{dx} + \left(\frac{x - \sin 2x}{x^2 + \cos 2x}\right)y = 0, y(0) = 4$$
	Res.: $y(x) = 4\sqrt{\cos 2x + x^2}$
Problema 5	Resolver: $$\frac{dy}{ds} + 4y = 7e^{-2s}, y(0) = 3$$
	Res.: $y(s) = \frac{7}{2}e^{-2s} - \frac{1}{2}e^{-4s}$
Problema 6	Resolver: $$\frac{dy}{dt} + \left(\frac{1}{t}\right)y = 6\sin 2\pi t\,, y(1) = 1$$
	Res.: $y(t) = \frac{4\pi^2 + 2\pi + \sin 2\pi t}{4\pi^2} - \frac{\cos 2\pi t}{2\pi}$
Problema 7	El cable de un puente colgante soporta una carga uniforme de W Newtons por metro horizontal y dada una tensión horizontal H en este en el origen satisface la ecuación diferencial $$\frac{dy}{dx} = \frac{W}{H}x$$ Demostrar, resolviendo la ecuación diferencial que el cable cuelga formando una parábola con la condición y(0) = 0. 
	Res.: $y(x) = \frac{W}{2H}x^2$

Problema 8	Resuelva la ecuación diferencial $$\frac{dy}{dx} = \frac{-x + \sqrt{x^2 + y^2}}{y} x$$ ¿Qué tipo de curva solución se obtiene?
	Res.: Parábola $$x = \frac{y^2 - c^2}{2c}$$

Bibliografía sobre el tema:	Becerril Espinosa, J. V., and Elizarraraz Martínez, D. (2004). *Ecuaciones Diferenciales: Técnicas de Solución y Aplicaciones*. 1st ed., Ciudad de México, Universidad Autónoma Metropolitana, galois.azc.uam.mx/mate/EDO/EcuacionesDif.pdf.

Subtema:	V. Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden lineales y de Bernoullí.
Problema 1	Resuelva la ecuación diferencial: $$\frac{dy}{dt} - 2y = 4 - t$$
	Res.: $$y = -\frac{7}{4} + \frac{1}{2}t + Ce^{2t}$$
Problema 2	Resuelva la ecuación: $$(x+1)\frac{dy}{dt} - 2y = (x+1)^4$$
	Res.: $$y = \frac{1}{2}(x+1)^4 + C(x+1)^2$$
Problema 3	Inicialmente un cultivo tiene un número P_0 de bacterias. En una hora se determina que el número de bacterias es $\frac{3}{2}P_0$. Si la rapidez de crecimiento es proporcional al número de bacterias $P(t)$ presentes en el tiempo t , determine el tiempo necesario para que se triplique el número de bacterias.
	Res.: Aproximadamente 2.71 horas.
Problema 4	Un tanque bien agitado contiene 200 litros de agua y tiene disueltos 25 kg de sal. A dicho tanque se le suministra una solución salina a una velocidad de 5 litros por segundo, con una concentración de

	0.2 Kg de sal por litro. Se hace una medición a la salida del tanque y se determina que fluye la mezcla con una velocidad de 5 litros por segundo. Obtener la ecuación que modela el cambio de concentración de sal en el tanque.
	Res.: $$C_s = 40 - 15e^{\frac{t}{40}}$$
Problema 5	Resuelva la ecuación diferencial de Bernoulli: $$\frac{dy}{dx} - y = e^x y^2$$
	Res.: $$y = \frac{2}{ce^{-x} - e^x}$$
Problema 6	Resuelva la ecuación diferencial de Bernoulli $$y(6y^2 - x - 1)dx + 2xdy = 0$$
	Res.: $$y = \sqrt[2]{\frac{x}{6 + Ce^{-x}}}$$
Problema 7	Resuelva la ecuación diferencial de Bernoulli: $$x\,\frac{dy}{dx} + y = x^2y^2$$
	Res.: $$y = \frac{1}{cx - x^2}$$
Problema 8	Resuelva la ecuación diferencial de Bernoulli: $$2\,\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x}y = x^2y^{-1}$$
	Res.: $y^2 = \frac{1}{4}x^3 + \frac{C}{x}$
Bibliografía sobre el tema:	Ecuaciones diferenciales. Una introducción a los métodos modernos y sus aplicaciones. James R. Brannan & William e: Boyce. Editorial Patria. Primera edición, México 2007. Ecuaciones diferenciales. Técnicas de solución y aplicaciones. José Ventura Becerril Espinosa & David Elizarraras Martínez. Universidad autónoma Metropolitana, primera edición 2004. Ecuaciones diferenciales con problemas de valores en la frontera. Dennis G. Zill. Cengage. Novena edición 2018.

Subtema:	VI. EDO HOMOGÉNEAS DE ORDEN SUPERIOR Y MÉTODO DE REDUCCIÓN DE ORDEN. Resolver las siguientes ecuaciones:
Problema 1	$y'' - 3y' + 2y = 0$
	Res.: $y = C_1e^{x} + C_2e^{2x}$
Problema 2	$\frac{d^2y}{dx^2} + 8\frac{dy}{dx} + 16y = 0,$
	Res.: $y = C_1e^{-4x} + C_2xe^{-4x}$
Problema 3	$y'' - 4y' + 5y = 0$
	Res.: $y = e^{2x}(C_1\cos x + C_2 \operatorname{sen} x)$
Problema 4	$4y'' - 4y' - 3y = 0;\ \ y(0) = 1, y'(0) = 5$
	Res.: $y = \frac{11}{4}e^{\frac{3}{2}x} - \frac{7}{4}e^{-\frac{1}{2}x}$
Problema 5	$y''' + 2y'' - 5y' - 6y = 0$
	Res.: $y = C_1e^{2x} + C_2e^{-x} + C_3e^{-3x}$
Problema 6	$y''' - 8y'' + 15y' = 0;\ \ y(0) = 1, y'(0) = 2, y''(0) = -1$
	Res.: $y = -\frac{2}{15} + \frac{11}{6}e^{3x} - \frac{7}{10}e^{5x}$
Problema 7	$y^{(iv)} + 112y^{(iii)} + 25y'' - 48y' + 100y = 0$
	Res.: $y = C_1e^{-2x} + C_2xe^{-2x} + C_3e^{1/2x}\cos\frac{2}{3}x + C_4e^{1/2x}\operatorname{sen}\frac{2}{3}x$
Problema 8	Obtener una segunda solución de la ED $x^2y'' + xy' + y = 0,$ si se sabe que $y_1 = \cos\ln x$ es una solución.
	Res.: $y_2 = \operatorname{sen}\ln x$

Bibliografía sobre el tema:	1. Ecuaciones diferenciales aplicadas. Murray R. Spiegel. Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A.

	2. Ecuaciones diferenciales. Dennis G. Zill. CENGAGE. Novena edición. 3. Earl D. Rainville, Ecuaciones Diferenciales Elementales.

Subtema:	VII. ED NO HOMOGÉNEAS. Método de los coeficientes indeterminados
Problema 1	$y'' - 10y' + 25y = 30x + 3$
	Res.:$Solución\ particular \quad y_p = 6/5x + 3/5$
Problema 2	$y'' + 4y' - 2y = 2x^2 - 3x + 6$
	Res.:$Solución\ general\ \ y = C1e^{(-2+\sqrt{6})x} + C2e^{(-2-\sqrt{6})x} - x^2 - 5/2x - 9$
Problema 3	$y'' - 4y' + 3y = 2\cos x + 4\operatorname{sen} x$
	Res.:$Solución\ particular \quad y_p = \cos x$
Problema 4	$y'' - y' - 12y = e^{4x}$
	Res.:$Solución\ particular \quad y_p = 1/7xe^{4x}$
Problema 5	$\frac{d^4y}{dx^4} - y = 7x^2$
	Res.:$Solución\ particular\ y_p = -7x^2$
Problema 6	$y'' - 2y' + y = x^3 + 4x$
	Res.:$Solución\ particular \quad y_p = x^3 + 6x^2 + 22x + 32$
Problema 7	$y'' + 25y = 20\operatorname{sen} 5x$
	Res.: $Solución\ particular\ \ y_p = -2x\cos 5\,x$
Problema 8	$y^{(4)} - 4y''' + 5y'' = x + \cos x$
	Res.:$Solución\ particular \quad y_p = 2/25x^2 + 1/30x^3 - 1/8\cos x + 1/8\operatorname{sen} x$
Bibliografía sobre el tema:	Ecuaciones diferenciales, Zill, 3era y 6ta edición

Subtema:	VIII. ED NO HOMOGÉNEAS. MÉTODO DE VARIACIÓN DE PARÁMETROS Determinar la solución general de cada una de las siguientes ED.
Problema 1	$y'' + y = \tan x$
	Res.: $y = C_1 \cos x + C_1 \operatorname{sen} x - \cos x \ln(\sec x + \tan x)$
Problema 2	$y'' + 3y' + 2y = \dfrac{1}{1 + e^{2x}}$
	Res.: $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-2x} + e^{-x}\arctan(e^x) - \frac{1}{2} e^{-2x} \ln(1 + e^{2x})$
Problema 3	$3y'' - 6y' + 6y = e^x \sec x$
	Res.: $y = C_1 e^x \operatorname{sen} x + C_2 e^x \cos x + \frac{1}{3} x e^x \operatorname{sen} x + \frac{1}{3} e^x \cos x \ln\lvert \cos x \rvert$
Problema 4	$y''' + y' = \tan x$
	Res.: $y = C_1 + C_2 \cos x + C_2 \operatorname{sen} x - \ln\lvert \cos x \rvert - \operatorname{sen} x \ln\lvert \sec x + \tan x \rvert$
Problema 5	$x^2 y'' + xy' + \left(x^2 - \frac{1}{4}\right) y = x^{3/2};\ y_1 = x^{-1/2} \cos x,\ y_2 = x^{-1/2} \operatorname{sen} x$
	$y = C_1 x^{-1/2} \cos x + C_2 x^{-1/2} \operatorname{sen} x + x^{-1/2}$
Bibliografía sobre el tema:	- Ernesto Javier Espinosa Herrera, Ignacio Canals Navarrete, Ismael Muñoz Maya, Rafael Pérez Flores, Carlos Daniel Prado Pérez, Rubén Darío Santiago, Carlos Antonio Ulín Jiménez. Ecuaciones diferenciales ordinarias, introducción. Editorial Reverté UAM. - Dennis G. Zill. Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado, octava edición. THOMPSON.

Subtema:	IX. SOLUCIÓN EDO CON TRANSFORMADA DE LAPLACE
Problema 1	Resolver por transformada de Laplace $\boxed{y' - 3y = e^{2t}}$ $y(0) = 1$
	Res.: $\boldsymbol{y(t) = -e^{2t} + 2e^{3t}}$ **Solución particular**
Problema 2	Resolver por transformada de Laplace $\boxed{y'' + 2y' - 8y = 0}$ $y(0) = 1 \quad y'(0) = 8$
	Res.: $\boldsymbol{y(t) = -e^{-4t} + 2e^{2t}}$ **Solución particular**
Problema 3	Resolver por transformada de Laplace $\boxed{y'' + 25y = t}$ $y(0) = 1 \quad y'(0) = 0.04$
	Res.: $\boldsymbol{y(t) = \frac{1}{25}t + cos(5t)}$ **Solución particular**
Problema 4	Resolver por transformada de Laplace $\boxed{4y'' + \pi^2 y = 0}$ $y(0) = 2 \quad y'(0) = 0$
	Res.: $\boldsymbol{y(t) = 2cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)}$ **Solución particular**

<table>
<tr><td>Problema 5</td><td>Resolver por transformada de Laplace
$$\boxed{y'' + 4y' + 3y = 0}$$
$y(0) = 3 \qquad y'(0) = 1$</td></tr>
<tr><td></td><td>Res.:
$$\boldsymbol{y(t) = -2e^{-3t} + 5e^{-t}}$$
Solución particular</td></tr>
<tr><td>Problema 6</td><td>Resolver por transformada de Laplace
$$\boxed{y' + 4y = e^{-4t}}$$
$y(0) = 2$</td></tr>
<tr><td></td><td>Res.:
$$\boldsymbol{y(t) = te^{-4t} + 2e^{-4t}}$$
Solución particular</td></tr>
<tr><td>Problema 7</td><td>Resolver por transformada de Laplace
$$\boxed{y' = ky}$$
$y(0) = 2$</td></tr>
<tr><td></td><td>Res.:
$$\boldsymbol{y(t) = 2e^{kt}}$$
Solución particular</td></tr>
<tr><td>Problema 8</td><td>Resolver por transformada de Laplace
$$\boxed{y' = k(y - 30)}$$
$y(0) = 100$</td></tr>
<tr><td></td><td>Res.:
$$\boldsymbol{y(t) = (100 - 30k)e^{kt}}$$
Solución particular</td></tr>
<tr><td>Bibliografía sobre el tema:</td><td>*KREYSZIG. (2011). Matemáticas avanzadas para ingeniería.
 México, CDMX: Limusa.

*Dennis G. Zill. (2007). Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado.
 México CDMX: THOMSON</td></tr>
</table>

Subtema:	X. DEFINICIÓN DE TRANSFORMADA DE LAPLACE. Definición. La transformada de Laplace (TL) de una función $f(t)$, $t > 0$, se define como $L[f(t)] = F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt$
Instrucción	Utilizar la definición para hallar la transformada de Laplace para cada una de las siguientes funciones:
Problema 1	$f(t) = e^{t-2}$
	Res. $F(s) = \frac{e^{-2}}{s-1}, s > 1$
Problema 2	$f(t) = 6 - t^2$
	Res. $F(s) = \frac{6}{s} - \frac{2}{s^3}, s > 0$
Problema 3	$f(t) = 3\cos 5t$
	Res. $F(s) = \frac{3s}{s^2+25},\ s > 0$
Problema 4	$f(t) = 6\,\mathrm{sen}\,2t - 5\cos 2t$
	Res. $F(s) = \frac{12-5s}{s^2+4},\ s > 0$
Problema 5	$f(t) = (t^2+1)^2$
	Res.: $F(s) = \frac{s^3+s^2+24}{s^3}, s > 0$
Problema 6	$f(t) = \begin{cases} 0, & si\ t < 0; \\ 1, & si\ t \geq 0 \end{cases}$ (a esta función se le llama escalón unitario)
	Res.: $F(s) = \frac{1}{s},\ s > 0$
Problema 7	$f(t) = c$, con c constante
	Res.: $F(s) = \frac{c}{s}, s > 0$

Problema 8	$f(t) = \begin{cases} -t^2 + 3t - 2, & si\ 1 \leq t \leq 2; \\ 0, & si\ \ t \notin [1,2] \end{cases}$
	Res.: $F(s) = \frac{e^{-s}}{s^3}(s-2) + \frac{e^{-2s}}{s^3}(s+2)$
Bibliografía sobre el tema:	BARRANTES, Hugo. TRANSFORMADA DE LAPLACE; Universidad Estatal a Distancia (UNED), 2011. G, Zill Dennis. CUACIONES DIFERENCIALES, novena edición. CENGAGE LEARNING. R, Spiegel Murray. TRANSFORMADA DE LAPLACE, primera edición 2000. Mc Graw Hill. ESPINOSA, Herrera Ernesto. ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS, primera edición 2010. Editorial Reverté.

Subtema:	XI. SERIES DE FOURIER Obtener el desarrollo en serie de Fourier de las siguientes funciones:
Problema 1	$f(x) = \lvert x \rvert, \quad -\pi < x < \pi$
	Res. $f(x) = \frac{\pi}{2} + \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n - 1}{n^2} cosnx$
Problema 2	$f(x) = x^2, \quad -1 < x < 1$
	Res. $f(x) = \frac{1}{3} + \frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} cosn\pi x$
Problema 3	$f(x) = x, \quad -\pi < x < \pi$
	Res. $f(x) = -2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} sennx$
Problema 4	$f(x) = x^3, \quad -\pi < x < \pi$
	Res. $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty}(\frac{-2\pi^2(-1)^n}{n} + \frac{12(-1)^n}{n^3})\, sennx$
Problema 5	$f(x) = \begin{cases} 0, & -1 < x < 0 \\ 1, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$
	Res.: $\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-1(-1)^n}{n} sennx; \quad \frac{1}{2}\ en\ x = 0$

Problema 6	$f(x) = \begin{cases} 1, & -1 < x < 0 \\ x, & 0 \le x < 1 \end{cases}$
	Res.: $f(x) = \frac{3}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{(-1)^n - 1}{n^2\pi^2} \cos n\pi x - \frac{1}{n\pi} \operatorname{sen} n\pi x \right\}$ $\frac{1}{2}$ $en\ x = 0$
Problema 7	$f(x) = x + \pi, \qquad -\pi < x < \pi$
	Res.: $f(x) = \pi + 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} sen\ nx$
Problema 8	$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0 \\ senx, & 0 \le x < \pi \end{cases}$
	Res.: $f(x) = \frac{1}{\pi} + \frac{1}{2} senx + \frac{1}{\pi}\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n + 1}{1 - n^2} cosnx$
Bibliografía sobre el tema:	1. Ecuaciones diferenciales. Dennis G. Zill. CENGAGE. Novena edición.

XII. **SUBTEMA.** SISTEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES, SERIES DE POTENCIAS, CAUCHY-EULER Y SERIES DE FOURIER.

1. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales por eliminación sistemática. Dejar el resultado en términos de las primeras constantes.

$$Dx + D^2 y = e^{3t} \qquad \& \qquad (D+1)x + (D-1)y = 4e^{3t}$$

Solución:

$$y = C_1 + C_2 cos(t) + C_3 sen(t) - \frac{4}{15}e^{3t}$$

$$x = C_1 - C_3 cos(t) + C_2 sen(t) + \frac{17}{15}e^{3t}$$

2. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales por eliminación sistemática. Dejar el resultado en términos de las primeras constantes.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dy}{dt} = -5x \qquad \& \qquad \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} = -x + 4y$$

Solución: $x(t) = C_1 e^{5t} + C_2 \cos(2t) + C_3 \operatorname{sen}(2t)$

$$y(t) = -\,6C_1 e^{5t} + \frac{1}{2} C_3 \cos(2t) - \frac{1}{2} C_2 \operatorname{sen}(2t)$$

Encuentre la solución de las E. D. por medio de series de potencias.

3. $(x-2)y' + y = 0$

Solución: $y = c_0 \left[1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{4} + \frac{x^3}{8} + \frac{x^4}{16} + \cdots\right]$

4. $(x^2+2)y'' + 3xy' - y = 0$

Solución: $y_1 = c_0 \left[1 + \frac{x^2}{4} - \frac{7\,x^4}{96} + \frac{161\,x^6}{5760} - \frac{7567\,x^8}{645120} + \cdots\right]$

$$y_2 = c_1 \left[x - \frac{x^3}{6} + \frac{7\,x^5}{120} - \frac{17\,x^7}{720} + \frac{527\,x^9}{51840} - \cdots\right]$$

5. Indique si la siguiente ecuación diferencial tiene la estructura de la ecuación de Cauchy-Euler. Si lo es, resuelva por ese método.

$$x^2 y'' + 8xy' + 10y = x^{-1} \ln x$$

Solución:

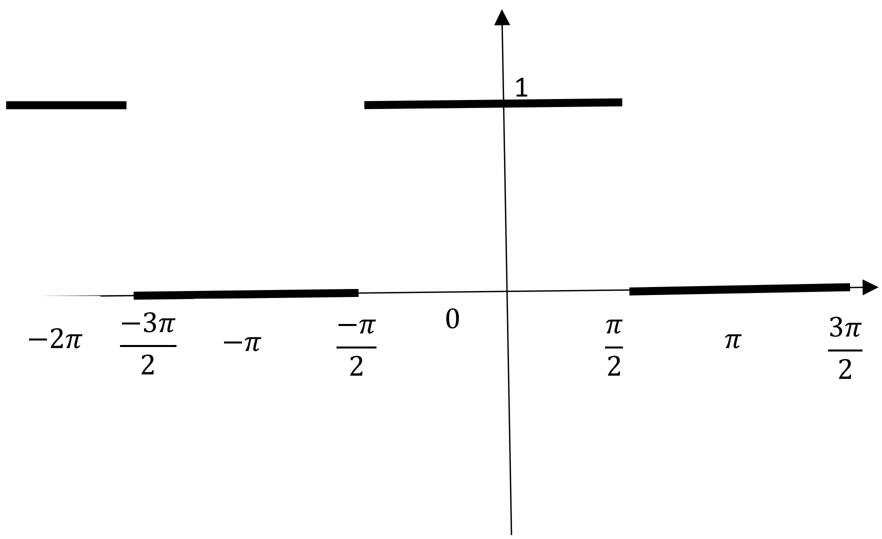
$$y = C_1 x^{-5} + C_2 x^{-2} + \frac{1}{4} x^{-1} \left[ln(x) - \frac{5}{4}\right]$$

6. Indique si la siguiente ecuación diferencial tiene la estructura de la ecuación de Cauchy-Euler. Si lo es, resuelva por ese método.

$$x^2 y'' - xy' - 3y = 8x^4 sen(x)$$

Solución: $y_p = -8x^2 sen(x) - 24xcos(x) + 48sen(x) + 48\frac{\cos(x)}{x}$

7. Halle la serie de Fourier de la función dada, con período de 2π. Encuentre la relación funcional.



Solución: Relación funcional

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -\pi \leq x < -\frac{\pi}{2} \\ 1 & -\frac{\pi}{2} \leq x < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi \end{cases}$$

Serie de Fourier $\boldsymbol{f(x)} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} + \frac{\mathbf{2}}{\boldsymbol{\pi}}\left[\boldsymbol{cos(x)} - \frac{\boldsymbol{cos(3x)}}{\mathbf{3}} + \frac{\boldsymbol{cos(5x)}}{\mathbf{5}} - \frac{\boldsymbol{cos(7x)}}{\mathbf{7}} + \ldots\right]$

Aspectos que debe considerar para presentar el ETS.

- Estar registrado en el SAES, para presentar el ETS.
- Presentarse puntualmente al examen, con identificación de la escuela o identificación oficial con fotografía.
- Presentar el examen sin gorra o sombrero.
- No se permitirá usar teléfono celular, debe estar en modo silencio y guardado en su petaca, bolsa o mochila personal.
- Presentarse con hojas tamaño carta, de preferencia blancas.

- Preparar pluma, lápiz o porta minas (minas suficientes), goma, sacapuntas, calculadora (si lo requiere). No se permitirá que en el desarrollo del examen se estén prestando cualquiera de los materiales antes mencionados.

Subtemas considerados para el ETS:

En el siguiente listado se muestran los subtemas centrales que integran la asignatura de matemáticas II, que son los mismos que se consideraron en el problemario, cualquiera de estos temas puede incluirse en el examen a título de suficiencia, no quiere decir que se vaya a preguntar sobre todos ellos.

I. Variables separables
II. Ecuaciones diferenciales homogéneas de primer orden.
III. Exactas y factor integrante
IV. Lineales y de Bernoulli
V. EDO homogéneas de orden superior y método de reducción de orden.
VI. Coeficientes indeterminados
VII. Variación de parámetros
VIII. Definición de la transformada de Laplace
IX. Solución de ED mediante la transformada de Laplace.
X. Cauchy-Euler
XI. Sistema de ecuaciones diferenciales
XII. Series de potencias
XIII. Series de Fourier

Los temas los pueden consultar en cualquier libro de ecuaciones diferenciales, los libros indicados a continuación sirven de referencia.

1. Ecuaciones diferenciales, Dennis Zill, editorial CENGAGE, novena edición.
2. Ecuaciones diferenciales, Serie Schaums, editorial Mcgraw Hill
3. Ecuaciones diferenciales, C. H. Edwards, Jr. & David E Penney, editorial Prentice Hall.